Universidade Federal de Campina Grande
Centro de Tecnologia e Recursos Naturais
Unidade Acadêmica de Ciências Atmosféricas
Programa de Pós-Graduação em Meteorologia
Curso de Graduação em Meteorologia

MODELAGEM ATMOSFÉRICA

Aula 5

Universidade Federal de Campina Grande

Disciplina:

Modelagem Atmosférica

Enilson Palmeira Cavalcanti
enilson.cavalcanti@ufcg.edu.br

Universidade Federal de Campina Grande
Centro de Tecnologia e Recursos Naturais
Unidade Acadêmica de Ciências Atmosféricas
Graduação e Pós-Graduação em Meteorologia

Tipos de modelos

Modelo de ponto de grade

Modelo espectral

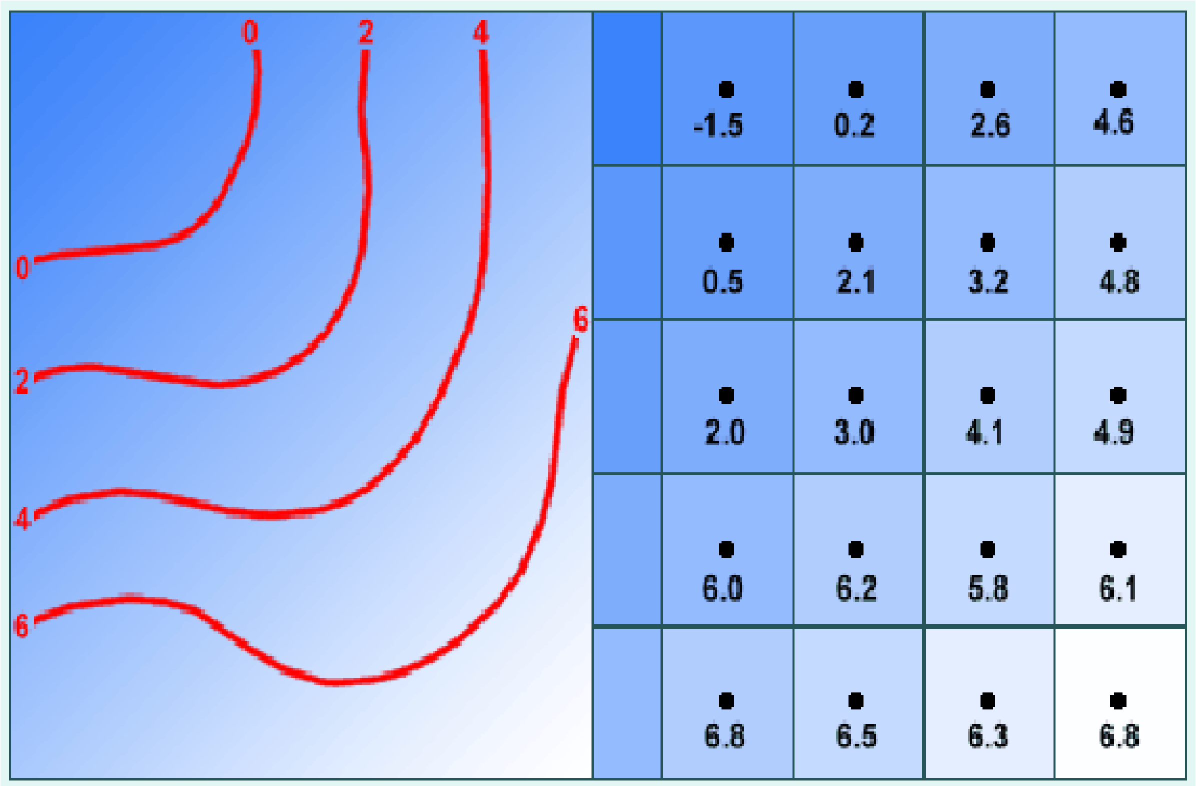
Modelo de elementos finitos

Modelos de ponto de grade e espectral e elementos finitos são baseados nas mesmas equações primitivas. Entretanto, cada tipo formula e resolve as equações de forma diferente.

Diferentes fontes de erro são associados a cada tipo de modelo.

Modelo de ponto de grade

Representa os dados de forma discreta em pontos fixos de uma grade ou malha.

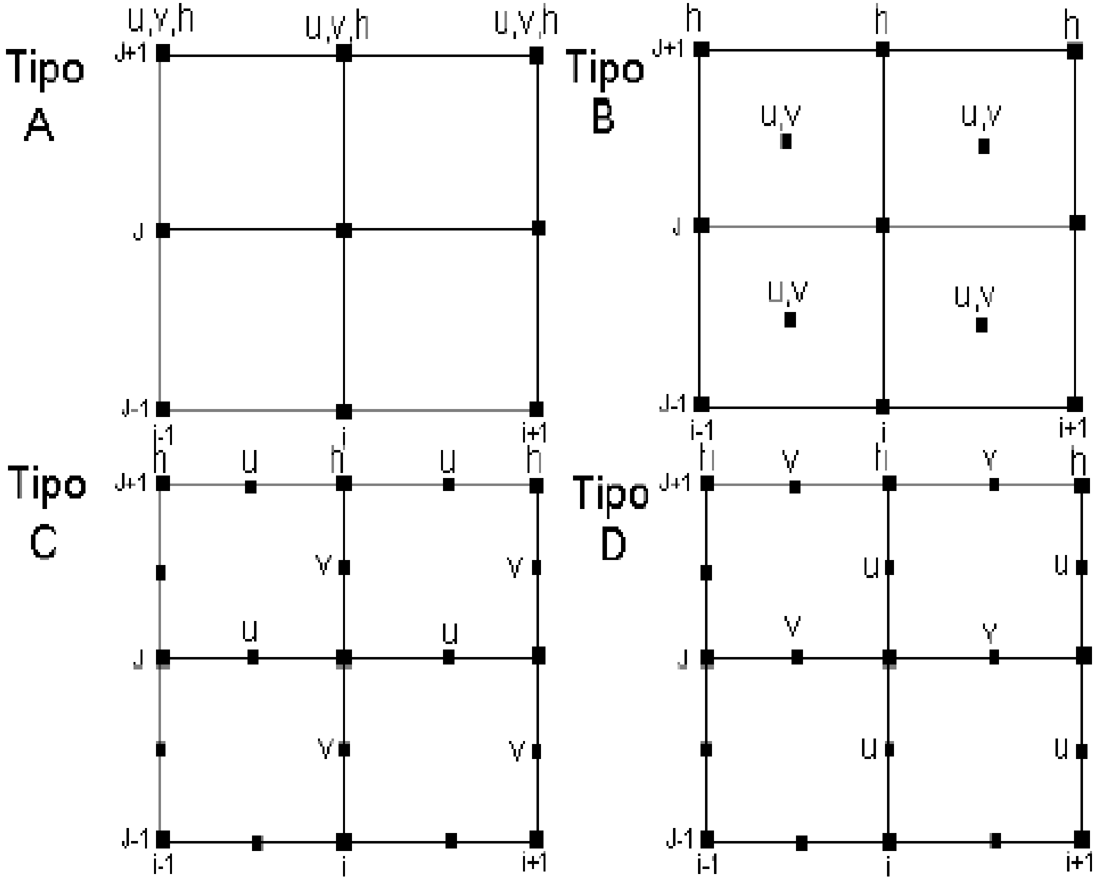


Campo de temperatura ºC
Isotermas

Campo de temperatura ºC
valores em ponto de grade

Modelo de ponto de grade

Estrutura de GRADES ou Malhas segundo ARAKAWA e LAMB (1977) – u e v são as componentes do vento e h uma variável termodinâmica qualquer.



Grades dos tipos A, B, C e D segundo Arakawa e Lamb (1977)

Modelo de ponto de grade

Características

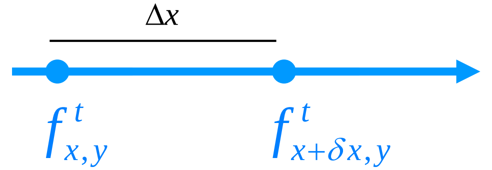
1) Os dados são representados em pontos de grade.
2) Resolução é função do espaçamento da grade.
3) Todos os cálculos são efetuados para os pontos de grade por diferenças finitas.
4) Diferenças finitas induz erros de truncamento.
5) O erro de truncamento é função do espaçamento da grade e do time-step.

Modelo de ponto de grade

Diferenças finitas

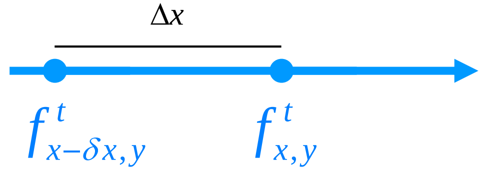
Considere a variável: $$f = f(x_i, y_j, t_n) \longrightarrow f^{t}_{x,y}$$

$$\Delta f_x = f^{t}_{x+\delta x,y} - f^{t}_{x,y}$$



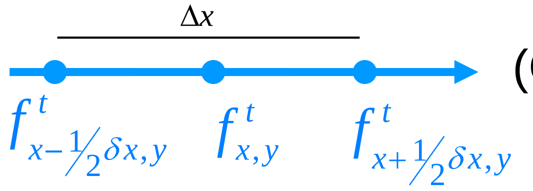
(Para frente)

$$\Delta f_x = f^{t}_{x,y} - f^{t}_{x-\delta x,y}$$



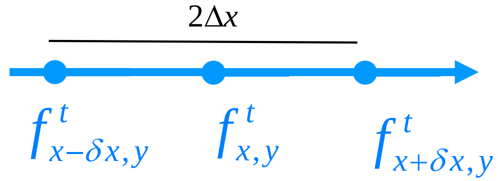
(Para trás)

$$\Delta f_x = f^{t}_{x+1/2\delta x,y} - f^{t}_{x-1/2\delta x,y}$$



(Centrada)

$$\Delta f_x = f^{t}_{x+\delta x,y} - f^{t}_{x-\delta x,y}$$



(Centrada)

Modelo de ponto de grade

Diferenças finitas

$$\Delta f_x$$

$$\Delta^2 f_x = \Delta(\Delta f_x)$$

$$\Delta^3 f_x = \Delta(\Delta^2 f_x) = \Delta[\Delta(\Delta f_x)]$$

$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$

$$\Delta^k f_x = \Delta(\Delta^{k-1} f_x) = \Delta[\Delta^{k-1}(\Delta^{k-2} f_x)]$$

Avaliação de derivadas em x

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\Delta f_x}{\Delta x} = \frac{f^t_{x+\delta x,y} - f^t_{x,y}}{\Delta x}$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\Delta f_x}{\Delta x} = \frac{f^t_{x,y} - f^t_{x-\delta x,y}}{\Delta x}$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\Delta f_x}{\Delta x} = \frac{f^t_{x+\frac{1}{2}\delta x,y} - f^t_{x-\frac{1}{2}\delta x,y}}{\Delta x}$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\Delta f_x}{\Delta x} = \frac{f^t_{x+\delta x,y} - f^t_{x-\delta x,y}}{2\Delta x}$$

Modelo de ponto de grade

Diferenças finitas em y

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\Delta f_y}{\Delta y} = \frac{f^{\,t}_{x,y+\delta y} - f^{\,t}_{x,y}}{\Delta y}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\Delta f_y}{\Delta y} = \frac{f^{\,t}_{x,y} - f^{\,t}_{x,y-\delta y}}{\Delta y}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\Delta f_y}{\Delta y} = \frac{f^{\,t}_{x,y+\frac{1}{2}\delta y} - f^{\,t}_{x,y-\frac{1}{2}\delta y}}{\Delta y}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\Delta f_y}{\Delta y} = \frac{f^{\,t}_{x,y+\delta y} - f^{\,t}_{x,y-\delta y}}{2\Delta y}$$

Diferenças finitas em t

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\Delta f_t}{\Delta t} = \frac{f^{\,t+\delta t}_{x,y} - f^{\,t}_{x,y}}{\Delta t}$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\Delta f_t}{\Delta t} = \frac{f^{\,t}_{x,y} - f^{\,t-\delta t}_{x,y}}{\Delta t}$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\Delta f_t}{\Delta t} = \frac{f^{\,t+\frac{1}{2}\delta t}_{x,y} - f^{\,t-\frac{1}{2}\delta t}_{x,y}}{\Delta t}$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\Delta f_t}{\Delta t} = \frac{f^{\,t+\delta t}_{x,y} - f^{\,t-\delta t}_{x,y}}{2\Delta t}$$

Modelo de ponto de grade

Análise do erro

$$f^{t}_{x+\delta x,y} = f^{t}_{x,y} + \frac{\partial f}{\partial x}\delta x + \frac{1}{2!}\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(\delta x)^2 + \frac{1}{3!}\frac{\partial^3 f}{\partial x^3}(\delta x)^3 + \ldots + \frac{1}{n!}\frac{\partial^n f}{\partial x^n}(\delta x)^n$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f^{t}_{x+\delta x,y} - f^{t}_{x,y}}{\Delta x} \longrightarrow Erro = \frac{1}{2!}\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(\delta x)^2$$

$$f^{t}_{x-\delta x,y} = f^{t}_{x,y} - \frac{\partial f}{\partial x}\delta x + \frac{1}{2!}\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(\delta x)^2 - \frac{1}{3!}\frac{\partial^3 f}{\partial x^3}(\delta x)^3 + \ldots + \frac{1}{n!}\frac{\partial^n f}{\partial x^n}(\delta x)^n$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f^{t}_{x,y} - f^{t}_{x-\delta x,y}}{\Delta x} \longrightarrow Erro = \frac{1}{2!}\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(\delta x)^2$$

Utilizando diferença finita para frete ou para trás observa-se o mesmo erro.

Modelo de ponto de grade

Análise do erro (centrada)

$$f_{x+\delta x,y}^{t} = f_{x,y}^{t} + \frac{\partial f}{\partial x}\delta x + \frac{1}{2!}\frac{\partial^{2} f}{\partial x^{2}}(\delta x)^{2} + \frac{1}{3!}\frac{\partial^{3} f}{\partial x^{3}}(\delta x)^{3} + \ldots + \frac{1}{n!}\frac{\partial^{n} f}{\partial x^{n}}(\delta x)^{n}$$

$$f_{x-\delta x,y}^{t} = f_{x,y}^{t} - \frac{\partial f}{\partial x}\delta x + \frac{1}{2!}\frac{\partial^{2} f}{\partial x^{2}}(\delta x)^{2} - \frac{1}{3!}\frac{\partial^{3} f}{\partial x^{3}}(\delta x)^{3} + \ldots + \frac{1}{n!}\frac{\partial^{n} f}{\partial x^{n}}(\delta x)^{n}$$

Subtraindo a segunda da primeira equação, tem-se:

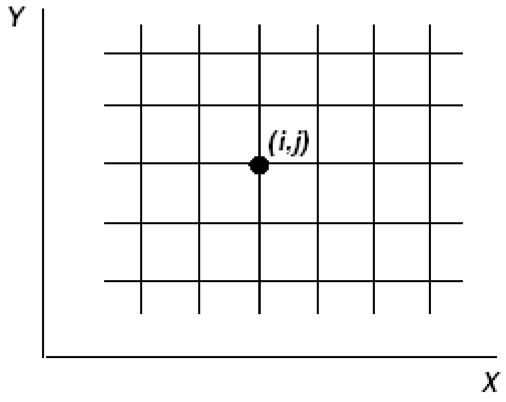
$$f_{x+\delta x,y}^{t} - f_{x-\delta x,y}^{t} = 2\frac{\partial f}{\partial x}\delta x + \frac{2}{3!}\frac{\partial^{3} f}{\partial x^{3}}(\delta x)^{3} + \ldots + \frac{1}{(n-1)!}\frac{\partial^{(n-1)} f}{\partial x^{n}}(\delta x)^{(n-1)}$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f_{x+\delta x,y}^{t} - f_{x-\delta x,y}^{t}}{2\Delta x} \longrightarrow Erro = \frac{2}{3!}\frac{\partial^{3} f}{\partial x^{3}}(\delta x)^{3}$$

Modelo de ponto de grade

Ex. Cálculo da advecção de temperatura

$$A_T = -\vec{V} \, . \, \nabla T = -u\frac{\partial T}{\partial x} - v\frac{\partial T}{\partial y}$$



Portanto, utilizando diferença finita centrada, tem-se

$$A_T = -u^t_{x,y}\frac{T^t_{x+\delta x,y} - T^t_{x-\delta x,y}}{2\Delta x} - v^t_{x,y}\frac{T^t_{x,y+\delta y} - T^t_{x,y-\delta y}}{2\Delta y}$$

$$A_T = -u^n_{i,j}\frac{T^n_{i+1,j} - T^n_{i-1,j}}{2\Delta x} - v^n_{i,j}\frac{T^n_{i,j+1} - T^n_{i,j-1}}{2\Delta y}$$

Fim da Aula-05

FIM